

Відділення «Математики»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік
9 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати рівняння $x(x-1)(x-2)(x-3) = 15$

2. Спростити вираз $\left(\frac{a^3}{a-1} - \frac{1}{1-a}\right) \frac{1+a(a-2)}{(a^2-a+1)\sqrt{(a+1)^2}}$

3. Побудувати графік функції $y = \sqrt{|x-1|}$

4. Точка E - середина сторони AB трикутника ABC , а точки M і H поділяють сторону BC на три рівні частини, $BM = MH = HC$. Знайти площу трикутника EMH , якщо площа трикутника ABC дорівнює S .

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. При яких натуральних n число $n^6 + 2n^5 - n^2 - 2n$ ділиться на 120?

6. Центр кола, яке вписано в прямокутну трапецію, віддалений від кінців бічної сторони на 1 і 2 см. Знайти площу трапеції.

7. Пряма, яка паралельна основі трикутника з площею S , відтинає від нього трикутник з площею S_1 . Довести, що площа чотирикутника, три вершини якого співпадають з вершинами маленького трикутника, а четверта знаходиться на основі більшого трикутника, дорівнює $\sqrt{S_1 \cdot S}$

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розглядається дріб (відношення двох цілих чисел), знаменник якого менше квадрата чисельника на одиницю. Якщо до чисельника і знаменника додати по 2, то значення дробу буде більше, ніж $\frac{1}{3}$; якщо від чисельника і знаменника відняти по 3, то дріб залишиться додатнім, але буде менше $\frac{1}{10}$.

Знайти цей дріб.

9. Перетнути трапецію прямою, яка паралельна основам, так, щоб її відрізок в середині трапеції ділився діагоналями на три рівні частини.

10. Два автопідприємства мають однакову кількість машин. Машини кожного підприємства мають однакову вантажопідйомність. За один рейс перше підприємство перевозить на 40 т вантажу більше, ніж друге. Якщо зменшити кількість машин I підприємства на 2, а II на 10, то перше 90т вантажу зможе перевезти за 1 рейс, а друге – за 3 рейси. Знайти вантажопідйомність машин II автопідприємства.

Відділення «Математики»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік
9 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати рівняння $x(x-1)(x-2)(x-3) = 15$

2. Спростити вираз $\left(\frac{a^3}{a-1} - \frac{1}{1-a}\right) \frac{1+a(a-2)}{(a^2-a+1)\sqrt{(a+1)^2}}$

3. Побудувати графік функції $y = \sqrt{|x-1|}$

4. Точка E - середина сторони AB трикутника ABC , а точки M і H поділяють сторону BC на три рівні частини, $BM = MH = HC$. Знайти площу трикутника EMH , якщо площа трикутника ABC дорівнює S .

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. При яких натуральних n число $n^6 + 2n^5 - n^2 - 2n$ ділиться на 120?

6. Центр кола, яке вписано в прямокутну трапецію, віддалений від кінців бічної сторони на 1 і 2 см. Знайти площу трапеції.

7. Пряма, яка паралельна основі трикутника з площею S , відтинає від нього трикутник з площею S_1 . Довести, що площа чотирикутника, три вершини якого співпадають з вершинами маленького трикутника, а четверта знаходиться на основі більшого трикутника, дорівнює $\sqrt{S_1 \cdot S}$

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розглядається дріб (відношення двох цілих чисел), знаменник якого менше квадрата чисельника на одиницю. Якщо до чисельника і знаменника додати по 2, то значення дробу буде більше, ніж $\frac{1}{3}$; якщо від чисельника і знаменника відняти по 3, то дріб залишиться додатнім, але буде менше $\frac{1}{10}$.

Знайти цей дріб.

9. Перетнути трапецію прямою, яка паралельна основам, так, щоб її відрізок в середині трапеції ділився діагоналями на три рівні частини.

10. Два автопідприємства мають однакову кількість машин. Машини кожного підприємства мають однакову вантажопідйомність. За один рейс перше підприємство перевозить на 40 т вантажу більше, ніж друге. Якщо зменшити кількість машин I підприємства на 2, а II на 10, то перше 90т вантажу зможе перевезти за 1 рейс, а друге – за 3 рейси. Знайти вантажопідйомність машин II автопідприємства.

Відділення «Математики»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік

10 клас
Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\sqrt[6]{25 + 4\sqrt{6}} - \sqrt[3]{1 + 2\sqrt{6}}$

2. Розв'язати рівняння $\left(x^{\frac{8}{3}} - 2x^2\right)^{\frac{1}{3}} - 2\left(x^{\frac{2}{3}} - 2\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{81}$

3. Якою цифрою закінчується число $9119^{1991^{19}}$?

4. В трапеції $MPKH$ $MH \parallel PK$. Бісектриси кутів M , K , H , P перетинаються в точці O . Відстань від точки O до прямої PK дорівнює a , $PM = b$, $KH = c$. Знайти площу трапеції.

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} (x^2 + x + 1)(y^2 + y + 1) = 3 \\ (1 - x)(1 - y) = 6 \end{cases}$$

6. Розв'язати нерівність $\sqrt{x(x+6)+9} - \sqrt{x^2 - 6x + 9} > 1$

7. В трикутнику ABC кут A в 2 рази більше кута B , $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Довести, що $a^2 = bc + b^2$

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. В площині α знаходиться трикутник ABC . Через його вершини проведено паралельні між собою відрізки AA_1 , BB_1 і CC_1 , розташовані по одну сторону від площини α , $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Точки F , E , M - середини відрізків B_1C , AC_1 і A_1B відповідно. Довести, що трикутники EMF і ABC подібні.

9. Довести, що із будь-яких ста цілих чисел завжди можна вибрати два таких, що їх різниця ділитиметься на 99.

10. Знайти суму перших k членів послідовності, яку задано формулою n -ГО члена $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

Відділення «Математики»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік

10 клас
Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\sqrt[6]{25 + 4\sqrt{6}} - \sqrt[3]{1 + 2\sqrt{6}}$

2. Розв'язати рівняння $\left(x^{\frac{8}{3}} - 2x^2\right)^{\frac{1}{3}} - 2\left(x^{\frac{2}{3}} - 2\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{81}$

3. Якою цифрою закінчується число $9119^{1991^{19}}$?

4. В трапеції $MPKH$ $MH \parallel PK$. Бісектриси кутів M , K , H , P перетинаються в точці O . Відстань від точки O до прямої PK дорівнює a , $PM = b$, $KH = c$. Знайти площу трапеції.

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} (x^2 + x + 1)(y^2 + y + 1) = 3 \\ (1 - x)(1 - y) = 6 \end{cases}$$

6. Розв'язати нерівність $\sqrt{x(x+6)+9} - \sqrt{x^2 - 6x + 9} > 1$

7. В трикутнику ABC кут A в 2 рази більше кута B , $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Довести, що $a^2 = bc + b^2$

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. В площині α знаходиться трикутник ABC . Через його вершини проведено паралельні між собою відрізки AA_1 , BB_1 і CC_1 , розташовані по одну сторону від площини α , $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Точки F , E , M - середини відрізків B_1C , AC_1 і A_1B відповідно. Довести, що трикутники EMF і ABC подібні.

9. Довести, що із будь-яких ста цілих чисел завжди можна вибрати два таких, що їх різниця ділитиметься на 99.

10. Знайти суму перших k членів послідовності, яку задано формулою n -ГО члена $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

1. Розв'язати рівняння $\frac{x^2 - 6x - 7}{x} = \frac{x^2 - 7}{x^2 - 6x - 7}$

2. Розв'язати нерівність $4^x - 2 \cdot 5^{2x} < 10^x$

3. Знайти координати точок перетину з віссю X тих дотичних до графіка функції $y = \frac{x+1}{x-3}$, які утворюють кут $\frac{3\pi}{4}$ з віссю X .

4. Два кола різних діаметрів мають зовнішній дотик. До них проведено дві спільні дотичні AC і BD , де A і B - точки дотику з першим колом, а C і D - з другим. Довести, що $ACDB$ - рівнобічна трапеція.

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати рівняння $(1 + \sqrt{3})^x + 2^{x-1} (2 + \sqrt{3})^x = 4$

6. Розв'язати нерівність $\log_x (x + 3) > 2$

7. В основі чотирикутної піраміди лежить ромб, сторона якого дорівнює a , а гострий кут α . Площини, які проходять через вершину піраміди і діагоналі основи, нахилені до площини основи під кутами β і γ . Знайти висоту піраміди, якщо основа цієї висоти знаходиться на стороні ромба.

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} y + z = \frac{2}{xyz} \\ z + x = \frac{3}{xyz} \\ x + y = \frac{4}{xyz} \end{cases}$$

9. Розв'язати рівняння $2 \arcsin x = \arccos 2x$

10. В правильній чотирикутній піраміді $MABCD$ сторона основи дорівнює a , а висота $a\sqrt{2}$. Знайти кут між бічним ребром MA і площиною DMC

1. Розв'язати рівняння $\frac{x^2 - 6x - 7}{x} = \frac{x^2 - 7}{x^2 - 6x - 7}$

2. Розв'язати нерівність $4^x - 2 \cdot 5^{2x} < 10^x$

3. Знайти координати точок перетину з віссю X тих дотичних до графіка функції $y = \frac{x+1}{x-3}$, які утворюють кут $\frac{3\pi}{4}$ з віссю X .

4. Два кола різних діаметрів мають зовнішній дотик. До них проведено дві спільні дотичні AC і BD , де A і B - точки дотику з першим колом, а C і D - з другим. Довести, що $ACDB$ - рівнобічна трапеція.

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати рівняння $(1 + \sqrt{3})^x + 2^{x-1} (2 + \sqrt{3})^x = 4$

6. Розв'язати нерівність $\log_x (x + 3) > 2$

7. В основі чотирикутної піраміди лежить ромб, сторона якого дорівнює a , а гострий кут α . Площини, які проходять через вершину піраміди і діагоналі основи, нахилені до площини основи під кутами β і γ . Знайти висоту піраміди, якщо основа цієї висоти знаходиться на стороні ромба.

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} y + z = \frac{2}{xyz} \\ z + x = \frac{3}{xyz} \\ x + y = \frac{4}{xyz} \end{cases}$$

9. Розв'язати рівняння $2 \arcsin x = \arccos 2x$

10. В правильній чотирикутній піраміді $MABCD$ сторона основи дорівнює a , а висота $a\sqrt{2}$. Знайти кут між бічним ребром MA і площиною

Відділення «Економіки», «Технічних наук», «Комп'ютерних наук»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік
9 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

- Розв'язати рівняння $(x^2 - 2x)^2 - 2(x-1)^2 + 2 = 0$
- Довести, що при будь-якому натуральному n число $(n^3 + 3n^2 + 2n)(n + 7)$ ділиться на 24.
- Побудувати графік функції $y = (x - 3)(|x| + 1)$
- Точка E - середина сторони AB трикутника ABC , а точки M і H поділяють сторону BC на три рівні частини, $BM = MH = HC$. Знайти площу трикутника EMH , якщо площа трикутника ABC дорівнює S .

Завдання II рівня (по 3 бали)

- Спростити вираз $\left(\frac{a^3}{a-1} - \frac{1}{1-a}\right) \frac{1+a(a-2)}{(a^2-a+1)\sqrt{(a+1)^2}}$
- Дано: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Довести, що $\frac{na+mb}{pa+rb} = \frac{nc+md}{pc+rd}$.
- Пряма, яка паралельна основі трикутника з площею S , відтинає від нього трикутник з площею S_1 . Довести, що площа чотирикутника, три вершини якого співпадають з вершинами маленького трикутника, а четверта знаходиться на основі більшого трикутника, дорівнює $\sqrt{S_1 \cdot S}$

Завдання III рівня (по 4 бали)

- Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3xy + 4x + 4y = -9 \\ xy - 3x - 3y = 7 \end{cases}$$
- Перетнути трапецію прямою, яка паралельна основам, так, щоб її відрізок в середині трапеції ділився діагоналями на три рівні частини.
- Два автопідприємства мають однакову кількість машин. Машини кожного підприємства мають однакову вантажопідйомність. За один рейс перше підприємство перевозить на 40 т вантажу більше, ніж друге. Якщо зменшити кількість машин I підприємства на 2, а II на 10, то перше 90т вантажу зможе перевезти за 1 рейс, а друге – за 3 рейси. Знайти вантажопідйомність машин II автопідприємства.

Відділення «Економіки», «Технічних наук», «Комп'ютерних наук»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік
9 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

- Розв'язати рівняння $(x^2 - 2x)^2 - 2(x-1)^2 + 2 = 0$
- Довести, що при будь-якому натуральному n число $(n^3 + 3n^2 + 2n)(n + 7)$ ділиться на 24.
- Побудувати графік функції $y = (x - 3)(|x| + 1)$
- Точка E - середина сторони AB трикутника ABC , а точки M і H поділяють сторону BC на три рівні частини, $BM = MH = HC$. Знайти площу трикутника EMH , якщо площа трикутника ABC дорівнює S .

Завдання II рівня (по 3 бали)

- Спростити вираз $\left(\frac{a^3}{a-1} - \frac{1}{1-a}\right) \frac{1+a(a-2)}{(a^2-a+1)\sqrt{(a+1)^2}}$
- Дано: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Довести, що $\frac{na+mb}{pa+rb} = \frac{nc+md}{pc+rd}$.
- Пряма, яка паралельна основі трикутника з площею S , відтинає від нього трикутник з площею S_1 . Довести, що площа чотирикутника, три вершини якого співпадають з вершинами маленького трикутника, а четверта знаходиться на основі більшого трикутника, дорівнює $\sqrt{S_1 \cdot S}$

Завдання III рівня (по 4 бали)

- Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3xy + 4x + 4y = -9 \\ xy - 3x - 3y = 7 \end{cases}$$
- Перетнути трапецію прямою, яка паралельна основам, так, щоб її відрізок в середині трапеції ділився діагоналями на три рівні частини.
- Два автопідприємства мають однакову кількість машин. Машини кожного підприємства мають однакову вантажопідйомність. За один рейс перше підприємство перевозить на 40 т вантажу більше, ніж друге. Якщо зменшити кількість машин I підприємства на 2, а II на 10, то перше 90т вантажу зможе перевезти за 1 рейс, а друге – за 3 рейси. Знайти вантажопідйомність машин II автопідприємства.

Відділення «Економіки», «Технічних наук», «Комп'ютерних наук»

Контрольні завдання з математики. 2011 рік

10 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\sqrt[6]{25 + 4\sqrt{6}} - \sqrt[3]{1 + 2\sqrt{6}}$

2. Розв'язати рівняння $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} + 9 = \frac{20x^2}{x+5}$

3. Якою цифрою закінчується число $9119^{1991^{919}}$?

4. Дано: $\alpha \parallel \beta$. Відрізки AB і CD перетинаються в точці M . Точки A і C лежать в площині α , а точки D і B - в площині β .

Довести, що $\frac{AM}{MB} = \frac{CM}{MD}$

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати рівняння $2\sqrt[3]{x-3} + 2\sqrt[3]{x-2} = 5\sqrt[6]{x^2-5x+6}$

6. Перший член зростаючої арифметичної прогресії дорівнює 0,2. Знайти різницю прогресії, якщо відомо, що при діленні кожного її члена на номер цього члена отримаємо геометричну прогресію і кількість членів прогресії більше 3.

7. В трапеції $MPKH$ $MH \parallel PK$. Бісектриси кутів M, K, H, P перетинаються в точці O . Відстань від точки O до прямої PK дорівнює a , $PM = b$, $KH = c$. Знайти площу трапеції.

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. В площині α знаходиться трикутник ABC . Через його вершини проведено паралельні між собою відрізки AA_1, BB_1 і CC_1 , розташовані по одну сторону від площини α , $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Точки F, E, M - середини відрізків B_1C, AC_1 і A_1B відповідно. Довести, що трикутники EMF і ABC подібні.

9. Довести, що із будь-яких ста цілих чисел завжди можна вибрати два таких, що їх різниця ділитиметься на 99.

10. Кількість членів геометричної прогресії парна. Сума всіх її членів в 5 разів більша суми членів, які стоять на непарних місцях. Знайти знаменник прогресії.

Відділення «Економіки», «Технічних наук», «Комп'ютерних наук»

Контрольні завдання з математики. 2011 рік

10 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\sqrt[6]{25 + 4\sqrt{6}} - \sqrt[3]{1 + 2\sqrt{6}}$

2. Розв'язати рівняння $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} + 9 = \frac{20x^2}{x+5}$

3. Якою цифрою закінчується число $9119^{1991^{919}}$?

4. Дано: $\alpha \parallel \beta$. Відрізки AB і CD перетинаються в точці M . Точки A і C лежать в площині α , а точки D і B - в площині β .

Довести, що $\frac{AM}{MB} = \frac{CM}{MD}$

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати рівняння $2\sqrt[3]{x-3} + 2\sqrt[3]{x-2} = 5\sqrt[6]{x^2-5x+6}$

6. Перший член зростаючої арифметичної прогресії дорівнює 0,2. Знайти різницю прогресії, якщо відомо, що при діленні кожного її члена на номер цього члена отримаємо геометричну прогресію і кількість членів прогресії більше 3.

7. В трапеції $MPKH$ $MH \parallel PK$. Бісектриси кутів M, K, H, P перетинаються в точці O . Відстань від точки O до прямої PK дорівнює a , $PM = b$, $KH = c$. Знайти площу трапеції.

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. В площині α знаходиться трикутник ABC . Через його вершини проведено паралельні між собою відрізки AA_1, BB_1 і CC_1 , розташовані по одну сторону від площини α , $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Точки F, E, M - середини відрізків B_1C, AC_1 і A_1B відповідно. Довести, що трикутники EMF і ABC подібні.

9. Довести, що із будь-яких ста цілих чисел завжди можна вибрати два таких, що їх різниця ділитиметься на 99.

10. Кількість членів геометричної прогресії парна. Сума всіх її членів в 5 разів більша суми членів, які стоять на непарних місцях. Знайти знаменник прогресії.

Відділення «Економіки», «Технічних наук», «Комп'ютерних наук»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік

11 клас
Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати рівняння $\log_{49} x^2 + \log_7 (x-1) = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$
2. Розв'язати нерівність $4^x - 2 \cdot 5^{2x} < 10^x$
3. Розв'язати рівняння $\operatorname{tg}(2x-1) \operatorname{tg}(3x+1) = 1$
4. Два кола різних діаметрів мають зовнішній дотик. До них проведено дві спільні дотичні AC і BD , де A і B - точки дотику з першим колом, а C і D - з другим. Довести, що $ACDB$ - рівнобічна трапеція.

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати рівняння $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(1+x)$
6. Розв'язати рівняння $1 - \cos^2 2x = \sin 3x - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
7. Знайти координати точок перетину з віссю X тих дотичних до графіка функції $y = \frac{x+1}{x-3}$, які утворюють кут $\frac{3\pi}{4}$ з віссю X .

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} \frac{\sin x}{\sin y} = \sqrt{2} \\ \frac{\cos x}{\cos y} = \sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases}$$
9. Розв'язати рівняння $5^{\log_{49} x+1} + 5^{\log_{49} x-1} = 2\sqrt{x}$
10. В правильній чотирикутній піраміді $MABCD$ сторона основи дорівнює a , а висота $a\sqrt{2}$. Знайти кут між бічним ребром MA і площиною DMC

Відділення «Економіки», «Технічних наук», «Комп'ютерних наук»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік

11 клас
Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати рівняння $\log_{49} x^2 + \log_7 (x-1) = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$
2. Розв'язати нерівність $4^x - 2 \cdot 5^{2x} < 10^x$
3. Розв'язати рівняння $\operatorname{tg}(2x-1) \operatorname{tg}(3x+1) = 1$
4. Два кола різних діаметрів мають зовнішній дотик. До них проведено дві спільні дотичні AC і BD , де A і B - точки дотику з першим колом, а C і D - з другим. Довести, що $ACDB$ - рівнобічна трапеція.

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати рівняння $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(1+x)$
6. Розв'язати рівняння $1 - \cos^2 2x = \sin 3x - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
7. Знайти координати точок перетину з віссю X тих дотичних до графіка функції $y = \frac{x+1}{x-3}$, які утворюють кут $\frac{3\pi}{4}$ з віссю X .

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} \frac{\sin x}{\sin y} = \sqrt{2} \\ \frac{\cos x}{\cos y} = \sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases}$$
9. Розв'язати рівняння $5^{\log_{49} x+1} + 5^{\log_{49} x-1} = 2\sqrt{x}$
10. В правильній чотирикутній піраміді $MABCD$ сторона основи дорівнює a , а висота $a\sqrt{2}$. Знайти кут між бічним ребром MA і площиною DMC

Відділення «Математики»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік
9 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати рівняння $x(x-1)(x-2)(x-3)=15$
2. Спростити вираз $\left(\frac{a^3}{a-1} - \frac{1}{1-a}\right) \frac{1+a(a-2)}{(a^2-a+1)\sqrt{(a+1)^2}}$
3. Побудувати графік функції $y = \sqrt{|x-1|}$
4. Точка E - середина сторони AB трикутника ABC , а точки M і N поділяють сторону BC на три рівні частини, $BM = MN = NC$. Знайти площу трикутника EMN , якщо площа трикутника ABC дорівнює S .

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. При яких натуральних n число $n^6 + 2n^5 - n^2 - 2n$ ділиться на 120?
6. Центр кола, яке вписано в прямокутну трапецію, віддалений від кінців бічної сторони на 1 і 2 см. Знайти площу трапеції.
7. Пряма, яка паралельна основі трикутника з площею S , відтинає від нього трикутник з площею S_1 . Довести, що площа чотирикутника, три вершини якого співпадають з вершинами маленького трикутника, а четверта знаходиться на основі більшого трикутника, дорівнює $\sqrt{S_1 \cdot S}$

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розглядається дріб (відношення двох цілих чисел), знаменник якого менше квадрата чисельника на одиницю. Якщо до чисельника і знаменника додати по 2, то значення дробу буде більше, ніж $\frac{1}{3}$; якщо від чисельника і знаменника відняти по 3, то дріб залишиться додатнім, але буде менше $\frac{1}{10}$. Знайти цей дріб.

9. Перетнути трапецію прямою, яка паралельна основам, так, щоб її відрізок в середині трапеції ділився діагоналями на три рівні частини.

10. Два автопідприємства мають однакову кількість машин. Машини кожного підприємства мають однакову вантажопідйомність. За один рейс перше підприємство перевозить на 40 т вантажу більше, ніж друге. Якщо зменшити кількість машин I підприємства на 2, а II на 10, то перше 90т вантажу зможе перевезти за 1 рейс, а друге – за 3 рейси. Знайти вантажопідйомність машин II автопідприємства.

Відділення «Математики»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік

10 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\sqrt[6]{25 + 4\sqrt{6}} - \sqrt[3]{1 + 2\sqrt{6}}$
2. Розв'язати рівняння $\left(x^{\frac{8}{3}} - 2x^2\right)^{\frac{1}{3}} - 2\left(x^{\frac{2}{3}} - 2\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{81}$
3. Якою цифрою закінчується число $9119^{1991^{9119}}$?
4. В трапеції $MPKH$ $MH \parallel PK$. Бісектриси кутів M, K, H, P перетинаються в точці O . Відстань від точки O до прямої PK дорівнює a , $PM = b$, $KH = c$. Знайти площу трапеції.

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} (x^2 + x + 1)(y^2 + y + 1) = 3 \\ (1 - x)(1 - y) = 6 \end{cases}$$
6. Розв'язати нерівність $\sqrt{x(x+6)+9} - \sqrt{x^2 - 6x + 9} > 1$
7. В трикутнику ABC кут A в 2 рази більше кута B , $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Довести, що $a^2 = bc + b^2$

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. В площині α знаходиться трикутник ABC . Через його вершини проведено паралельні між собою відрізки AA_1, BB_1 і CC_1 , розташовані по одну сторону від площини α , $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Точки F, E, M - середини відрізків B_1C, AC_1 і A_1B відповідно. Довести, що трикутники EMF і ABC подібні.
9. Довести, що із будь-яких ста цілих чисел завжди можна вибрати два таких, що їх різниця ділитиметься на 99.

10. Знайти суму перших k членів послідовності, яку задано формулою n -го члена
$$a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$

Відділення «Математики»

Контрольні завдання з математики. 2011 рік

11 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати рівняння $\frac{x^2 - 6x - 7}{x} = \frac{x^2 - 7}{x^2 - 6x - 7}$
2. Розв'язати нерівність $4^x - 2 \cdot 5^{2x} < 10^x$
3. Знайти координати точок перетину з віссю x тих дотичних до графіка функції $y = \frac{x+1}{x-3}$, які утворюють кут $\frac{3\pi}{4}$ з віссю x .
4. Два кола різних діаметрів мають зовнішній дотик. До них проведено дві спільні дотичні AC і BD , де A і B - точки дотику з першим колом, а C і D - з другим. Довести, що $ACDB$ - рівнобічна трапеція.

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати рівняння $(1 + \sqrt{3})^x + 2^{x-1} (2 + \sqrt{3})^x = 4$
6. Розв'язати нерівність $\log_x (x+3) > 2$
7. В основі чотирикутної піраміди лежить ромб, сторона якого дорівнює a , а гострий кут α . Площини, які проходять через вершину піраміди і діагоналі основи, нахилені до площини основи під кутами β і γ . Знайти висоту піраміди, якщо основа цієї висоти знаходиться на стороні ромба.

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} y + z = \frac{2}{xyz} \\ z + x = \frac{3}{xyz} \\ x + y = \frac{4}{xyz} \end{cases}$$
9. Розв'язати рівняння $2 \arcsin x = \arccos 2x$
10. В правильній чотирикутній піраміді $MABCD$ сторона основи дорівнює a , а висота $a\sqrt{2}$. Знайти кут між бічним ребром MA і площиною DMC

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати рівняння $(x^2 - 2x)^2 - 2(x-1)^2 + 2 = 0$
2. Довести, що при будь-якому натуральному n число $(n^3 + 3n^2 + 2n)(n+7)$ ділиться на 24.
3. Побудувати графік функції $y = (x-3)(|x|+1)$
4. Точка E - середина сторони AB трикутника ABC , а точки M і H поділяють сторону BC на три рівні частини, $BM = MH = HC$. Знайти площу трикутника EMH , якщо площа трикутника ABC дорівнює S .

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Спростити вираз $\left(\frac{a^3}{a-1} - \frac{1}{1-a}\right) \frac{1+a(a-2)}{(a^2-a+1)\sqrt{(a+1)^2}}$
6. Дано: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Довести, що $\frac{na+mb}{pa+rb} = \frac{nc+md}{pc+rd}$.
7. Пряма, яка паралельна основі трикутника з площею S , відтинає від нього трикутник з площею S_1 . Довести, що площа чотирикутника, три вершини якого співпадають з вершинами маленького трикутника, а четверта знаходиться на основі більшого трикутника, дорівнює $\sqrt{S_1 \cdot S}$

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3xy + 4x + 4y = -9 \\ xy - 3x - 3y = 7 \end{cases}$$
9. Перетнути трапецію прямою, яка паралельна основам, так, щоб її відрізок в середині трапеції ділився діагоналями на три рівні частини.
10. Два автопідприємства мають однакову кількість машин. Машини кожного підприємства мають однакову вантажопідйомність. За один рейс перше підприємство перевозить на 40 т вантажу більше, ніж друге. Якщо зменшити кількість машин I підприємства на 2, а II на 10, то перше 90т вантажу зможе перевезти за 1 рейс, а друге – за 3 рейси. Знайти вантажопідйомність машин II автопідприємства.

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\sqrt[6]{25 + 4\sqrt{6}} - \sqrt[3]{1 + 2\sqrt{6}}$
2. Розв'язати рівняння $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} + 9 = \frac{20x^2}{x+5}$
3. Якою цифрою закінчується число $9119^{1991^{919}}$?
4. Дано: $\alpha \parallel \beta$. Відрізки AB і CD перетинаються в точці M . Точки A і C лежать в площині α , а точки D і B - в площині β . Довести, що $\frac{AM}{MB} = \frac{CM}{MD}$

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати рівняння $2\sqrt[3]{x-3} + 2\sqrt[3]{x-2} = 5\sqrt[6]{x^2 - 5x + 6}$
6. Перший член зростаючої арифметичної прогресії дорівнює 0,2. Знайти різницю прогресії, якщо відомо, що при діленні кожного її члена на номер цього члена отримаємо геометричну прогресію і кількість членів прогресії більше 3.
7. В трапеції $MPKH$ $MH \parallel PK$. Бісектриси кутів M, K, H, P перетинаються в точці O . Відстань від точки O до прямої PK дорівнює a , $PM = b$, $KH = c$. Знайти площу трапеції.

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. В площині α знаходиться трикутник ABC . Через його вершини проведено паралельні між собою відрізки AA_1, BB_1 і CC_1 , розташовані по одну сторону від площини α , $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Точки F, E, M - середини відрізків B_1C, AC_1 і A_1B відповідно. Довести, що трикутники EMF і ABC подібні.
9. Довести, що із будь-яких ста цілих чисел завжди можна вибрати два таких, що їх різниця ділитиметься на 99.
10. Кількість членів геометричної прогресії парна. Сума всіх її членів в 5 разів більша суми членів, які стоять на непарних місцях. Знайти знаменник

Відділення «Економіки», «Технічних наук», «Комп'ютерних наук»
Контрольні завдання з математики. 2011 рік

11 клас

Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати рівняння $\log_{49} x^2 + \log_7 (x-1) = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$
2. Розв'язати нерівність $4^x - 2 \cdot 5^{2x} < 10^x$
3. Розв'язати рівняння $\operatorname{tg}(2x-1)\operatorname{tg}(3x+1) = 1$
4. Два кола різних діаметрів мають зовнішній дотик. До них проведено дві спільні дотичні AC і BD , де A і B - точки дотику з першим колом, а C і D - з другим. Довести, що $ACDB$ - рівнобічна трапеція.

Завдання II рівня (по 3 бали)

5. Розв'язати рівняння $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(1+x)$
6. Розв'язати рівняння $1 - \cos^2 2x = \sin 3x - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
7. Знайти координати точок перетину з віссю x тих дотичних до графіка функції $y = \frac{x+1}{x-3}$, які утворюють кут $\frac{3\pi}{4}$ з віссю x .

Завдання III рівня (по 4 бали)

8. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} \frac{\sin x}{\sin y} = \sqrt{2} \\ \frac{\cos x}{\cos y} = \sqrt{3} \end{cases}$$
9. Розв'язати рівняння $5^{\log_{49} x+1} + 5^{\log_{49} x-1} = 2\sqrt{x}$
10. В правильній чотирикутній піраміді $MABCD$ сторона основи дорівнює a , а висота $a\sqrt{2}$. Знайти кут між бічним ребром MA і площиною DMC