

*Секція математики,
секція прикладної математики,
секція математичного моделювання*
9 клас

I рівень (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\left(\frac{a-8}{a+8} - \frac{a+8}{a-8}\right) : \frac{16a}{64-a^2}$.

2. При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться у точці $A(-4;6)$.
3. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку $A(2;-3)$ і кутовий коефіцієнт якої дорівнює 4.

II рівень(по 4 бали)

4. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} 3xy + y = 7, \\ 3xy - x = 4. \end{cases}$

5. Розв'язати нерівність $x^2 - 4|x| < 12$.

6. Двоє робітників виготовили 162 деталі. Перший працював 8 днів, а другий – 15 днів. Скільки деталей виготовляв щодня кожний робітник, якщо перший за 5 днів зробив на 3 деталі більше, ніж другий за 7 днів?

7. Центр кола, описаного навколо трапеції, належить більшій основі. Знайдіть кути трапеції, якщо основи відносяться як 1:2.

III рівень (по 5,5 бали)

8. Нехай x_1 і x_2 – корені рівняння $2x^2 - 7x - 3 = 0$. Складіть квадратне рівняння, коренями якого є числа x_1-2 і x_2-2 .

9. Висоти трикутника 12, 15 і 20см. Довести, що трикутник прямокутний.

Секція математики,
секція прикладної математики,
секція математичного моделювання
10 клас

I рівень (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\left(\frac{\sqrt[4]{a} + 4}{\sqrt[4]{a} - 4} - \frac{\sqrt[4]{a} + 8}{\sqrt[4]{a} + 4} \right) \cdot \frac{16 - \sqrt{a}}{32 \sqrt[4]{a^3}}$.
2. Обчислити $\left(\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{8 - 2\sqrt{7}} \right)^2$.
3. Відомо, що $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$. Знайдіть значення виразу $x - \frac{1}{x}$.

II рівень (по 4 бали)

4. Розв'язати рівняння $(x-1)\sqrt{x^2 - x - 6} = 6x - 6$.
5. Розв'язати нерівність $|x+1| > 2|x+2|$.
6. Знайти область визначення функції $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x - 10}{x^4 - 9x^2}}$.
7. $\triangle ABC$ не перетинає площину α . Через його вершини і середини M і N відповідно сторін AB і AC проведено паралельні прямі, які перетинають площину α у точках A_1, B_1, C_1, M_1, N_1 . Знайти довжини відрізків BB_1 і CC_1 , якщо $AA_1=9$ см, $NN_1=8$ см, $MM_1=10$ см.

III рівень (по 5,5 бали)

8. У прямокутну трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD, AB \perp AD$) вписано коло з центром O . Знайдіть площу трапеції, якщо $OC=6$ см, $OD=8$ см.
9. Знайти суму перших k членів послідовності, яку задано формулою n -го члена $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$.

*Секція математики,
секція прикладної математики,
секція математичного моделювання*

11 клас

I рівень (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\left(\frac{\cos 5\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin 5\alpha}{\cos \alpha} \right) \cdot \frac{\sin 10\alpha - \sin 6\alpha}{\cos 4\alpha}$.

2. Розв'язати нерівність $\log_4(x+3) + \log_4(x+15) \leq 3$.

3. Запишіть рівняння дотичної до графіка функції $y = x^2 - 3x + 2$, яка паралельна прямій $x - y = 5$.

II рівень (по 4 бали)

4. Розв'язати рівняння $x^{\lg x - 2} = 5$

5. Чому дорівнює значення виразу $\sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}} \sqrt{49 + 20\sqrt{6}}$?

6. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} 2^{x+3y} = 32, \\ \lg xy = 2 - \lg 50. \end{cases}$

7. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює d і утворює з площиною основи кут α , а з площиною бічної грані – кут β . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

III рівень (по 5,5 бали)

8. Сума радіусів вписаного та описаного кіл прямокутного трикутника дорівнює одному з катетів. Знайдіть гострі кути трикутника.

9. Побудуйте на координатній площині множину точок, координати яких $(x; y)$ задовольняють нерівність $\log_y(9 - x^2) \geq 2$.

*Відділення економіки,
відділення технічних наук,
комп'ютерне відділення*
9 клас

I рівень (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\frac{3a}{a-4} - \frac{a+2}{2a-8} \cdot \frac{96}{a^2+2a}$.

2. При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться у точці $A(-4;6)$.

3. Побудувати графік функції $y = 3|x| + 2$.

II рівень (по 4 бали)

4. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} x^2 - y = 6, \\ x + y = 6. \end{cases}$

5. Розв'язати нерівність $\frac{7x-5}{x+1} > x$.

6. Катер подолав відстань між двома портами за 3 год., а теплохід ту саму відстань за 5 год. Знайдіть швидкість катера і швидкість теплохода, якщо швидкість катера на 16 км/год більша за швидкість теплохода.

7. Знайдіть найбільшу висоту трикутника, сторони якого дорівнюють 9см, 10см і 11см.

III рівень (по 5,5 бали)

8. Нехай x_1 і x_2 – корені рівняння $2x^2 - 7x - 3 = 0$. Складіть квадратне рівняння, коренями якого є числа $x_1 - 2$ і $x_2 - 2$.

9. В прямокутному трикутнику медіани, проведені до катетів, дорівнюють $\sqrt{52}$ і $\sqrt{73}$. Знайдіть гіпотенузу трикутника.

*Відділення економіки,
відділення технічних наук,
комп'ютерне відділення*
10 клас

I рівень (по 2 бали)

1. Спростити вираз $\sqrt[4]{8a} \cdot 9 \cdot \sqrt[4]{12a^5} : (3\sqrt[4]{6a^2})$.
2. Обчислити $(\sqrt{8+2\sqrt{7}} - \sqrt{8-2\sqrt{7}})^2$
3. Відомо, що $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$. Знайдіть значення виразу $x - \frac{1}{x}$.

II рівень (по 4 бали)

4. Розв'язати рівняння $(x^2 - 6x + 5)\sqrt{2x + 8 - x^2} = 0$.
5. Розв'язати нерівність $\left| \frac{2}{x-4} \right| > 1$.
6. Знайти область визначення функції $f(x) = \sqrt{x-2} + \frac{2}{\sqrt{3x-1}}$.
7. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дорівнює 2 см. Чому дорівнює площа трикутника ADC_1 .

III рівень (по 5,5 бали)

8. При яких значеннях параметра a обидва корені рівняння $x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + 4a - 6 = 0$ належать проміжку $[2;9]$.
9. У прямокутну трапецію $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AB \perp AD$) вписано коло з центром O . Знайдіть площу трапеції, якщо $OC=6$ см, $OD=8$ см.

*Відділення економіки,
відділення технічних наук,
комп'ютерне відділення*

11 клас

I рівень (по 2 бали)

1. Дано $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Знайти значення виразу $\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$.
2. Розв'язати нерівність $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2} \geq \left(\frac{3}{2}\right)^{5x-6}$.
3. Число 192 є членом геометричної прогресії 6;12;24;... Знайдіть номер цього члена.

II рівень (по 4 бали)

4. Розв'язати рівняння $\lg^2(100x) - 5 \lg x = 6$.
5. Знайдіть область визначення функції $f(x) = \lg(18 + 3x - x^2) - \frac{5}{x-4}$.
6. Чому дорівнює значення виразу $\sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}} \sqrt{49 + 20\sqrt{6}}$?
7. У трикутнику ABC, AB=BC, BD і AM – висоти трикутника, BD:AM=3:1. Знайдіть $\cos \angle C$.

III рівень (по 5,5 бали)

8. Побудуйте графік функції $f(x) = \sqrt[4]{(x-2)^4} - 2x$.
9. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює d і утворює з площиною основи кут α , а з площиною бічної грані – кут β . Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.