

# Відділення математики

## Контрольні завдання з математики. 2013 рік

### 9 клас

#### Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} 16x^2 + 3x - y^2 = x^4 + 8 \\ 3x - y^2 = 8 \end{cases}$$

2. Розв'язати нерівність  $-2x + 2 \geq -x^2 + 3x + 8$

3. Коло з центром на осі абсцис проходить через точки  $A(2;1)$  і  $B(6;3)$ . Чи проходить воно через точку  $C(4;3)$ ?

#### Завдання II рівня (по 4 бали)

4. Знайти область визначення функції  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 5x - 6}}{x^2 - x - 2}$ .

5. Розв'язати рівняння  $|x^2 + 3x - 28| = x^2 + 3x - 28$

6. Діагональ рівнобічної трапеції ділить її на два рівнобедрених трикутники. Знайти гострий кут між діагоналями трапеції.

7. Знайти геометричне місце центрів кіл радіуса  $R$ , кожне з яких перетинає дану пряму в двох точках, відстань між якими дорівнює  $a$ .

#### Завдання III рівня (по 5,5 балів)

8. Нехай  $x_1$  і  $x_2$  - корені квадратного рівняння  $2x^2 + 5x + 1 = 0$ . Не обчислюючи  $x_1$  і  $x_2$ , знайдіть значення виразу  $|x_1 - x_2|$ .

9. Трикутники зі сторонами  $a, b, c$  і  $b, c, d$  подібні. Чи може коефіцієнт подібності бути рівним а) 2; б) 1,6; в) 0,6?

# Відділення математики

## Контрольні завдання з математики. 2013 рік

10 клас

### Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Знайти суму  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$

2. Знайти всі значення  $x$ , при яких функція  $f(x) = \left(\frac{2x+5}{x+5}\right)^{-1}$  приймає значення більше 1.

3. Побудувати графік функції  $y = |\sqrt{x+2} - 3|$ .

### Завдання II рівня (по 4 бали)

4. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} (x-3)^4 (y-5)^5 = 1 \\ (x-3)^5 (y-5)^4 = 1 \end{cases}$$

5. Розв'язати рівняння  $(2x-1)\sqrt{-x-3} = 2x-1$

6. Чи може значення функції  $f(x) = \frac{x^3}{x-2} + \frac{x^2}{x-3} - \frac{8}{x-2} - \frac{9}{x-3}$ , яка задана на множині  $(-\infty; -2]$ , дорівнювати 2? Знайти всі значення, які може приймати функція на цьому проміжку.

7. Катет  $AB = a$  лежить проти кута  $22^\circ 30'$ . Знайти другий катет трикутника.

### Завдання III рівня (по 5,5 балів)

8. На площині дано три паралельні прямі, середня з них віддалена від крайніх на  $a$  і  $b$ . Знайти площу квадрата, три вершини якого лежать на цих прямих.

9. Розв'язати систему нерівностей 
$$\begin{cases} \frac{|x+2|}{3} - \frac{x-21}{5} \leq 5|x| \\ (x^2 - 5x + 4)^{-3} \geq 0 \end{cases}$$

# Відділення математики

## Контрольні завдання з математики. 2013 рік

### 11 клас

#### Завдання I рівня (по 2 бали)

1. Розв'язати рівняння  $(x+3)^{\log_{x+3}(x+2)^2} = 9$
2. Розв'язати нерівність  $4^{x-\frac{5}{2}} - 5 \cdot 2^{x-5} + \frac{1}{8} \geq 0$
3. Знайти значення виразу  $\frac{2 \cos 13^\circ \cos 43^\circ - \cos 56^\circ}{2 \sin 58^\circ \cos 13^\circ - \sin 71^\circ}$

#### Завдання II рівня (по 4 бали)

4. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} |x| - 3|y| = 2 \\ x + 3|y| = 8 \end{cases}$$
5. Знайти значення виразу  $4 \cdot 6^x + 3 \cdot 6^y$ , якщо  $6^{\frac{x+y}{2}} = a$ ,  $6^{\frac{x-y}{2}} = b$ .
6. Розв'язати нерівність  $5 \cos \left( 2 \left( 2x - \frac{5\pi}{7} \right) \right) + 2 \sin \left( 2x - \frac{5\pi}{7} \right) + 3 \leq 0$
7. Знайти критичну точку функції  $f(x) = (x+12)^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + 24 \cos x - 10$ , яка є цілим числом. Чи буде ця точка точкою екстремуму функції  $f(x)$ ?

#### Завдання III рівня (по 5,5 балів)

8.  $ABCD$  - ромб. Бісектриси кутів  $BAC$  і  $BDC$  перетинаються в точці, яка лежить на стороні  $BC$ . Знайти кути ромба.
9. Розв'язати нерівність  $\log_{x+2}(x^2 - 4x + 1) > \log_{\frac{x-5}{x-6}} 1$

**Відділення економіки,  
відділення комп'ютерних наук,  
відділення технічних наук**

**Контрольні завдання з математики. 2013 рік**

**9 клас**

**Завдання I рівня (по 2 бали)**

1. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = -91 \\ y - x = 1 \end{cases}$$

2. Розв'язати нерівність  $-2x + 2 \geq -x^2 + 3x + 8$ .

3. Коло з центром на осі абсцис проходить через точки  $A(2;1)$  і  $B(6;3)$ . Чи проходить воно через точку  $C(4;3)$ ?

**Завдання II рівня (по 4 бали)**

4. Знайти область визначення функції  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 5x - 6}}{x^2 - x - 2}$ .

5. Розв'язати рівняння  $|x^2 + 3x - 28| = x^2 + 3x - 28$

6. Швидкість теплохода відноситься до швидкості течії ріки як 36:5. Теплохід рухався за течією 5 год 10 хв. Скільки часу потрібно йому, щоб повернутися назад?

7. Основи трапеції 8 см і 26 см, кути при більшій основі  $30^\circ$  і  $60^\circ$ . Знайти площу трапеції.

**Завдання III рівня (по 5,5 балів)**

8. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 6y = -13 \\ (x-2)^2 - 2(y+3)^2 = 2x + y - 1 \end{cases}$$

9. У прямокутному трикутнику катет  $AB = a$  лежить проти кута  $22^\circ 30'$ . Знайти другий катет трикутника.

**Відділення економіки,  
відділення комп'ютерних наук,  
відділення технічних наук**

*Контрольні завдання з математики. 2013 рік*

**10 клас**

**Завдання I рівня (по 2 бали)**

1. Скільки додатніх членів має арифметична прогресія 30, 26, 22, ...?
2. Знайти всі значення  $x$ , при яких функція  $f(x) = \left(\frac{2x+5}{x+5}\right)^{-1}$  приймає значення більше 1.
3. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} x + 4y^2 = 0 \\ 4x^2 + y = 0 \end{cases}$$

**Завдання II рівня (по 4 бали)**

4. Побудувати графік функції  $y = |\sqrt{x+2} - 3|$ .
5. Розв'язати рівняння  $(2x-1)\sqrt{-x-3} = 2x-1$ .
6. Знайти множину значень функції  $f(x) = \frac{x^3}{x-2} + \frac{x^2}{x-3} - \frac{8}{x-2} - \frac{9}{x-3}$ .
7. Дано паралелограм  $ABCD$  і площину, що його не перетинає.  $O$  - точка перетину діагоналей цього паралелограма. Через точки  $A, B, C, D, O$  проведено паралельні прямі, які перетинають дану площину в точках  $A_1, B_1, C_1, D_1, O_1$ . Чи правильне твердження  $AA_1 + BB_1 + CC_1 + DD_1 = 4OO_1$  ?

**Завдання III рівня (по 5,5 балів)**

8. У прямокутному трикутнику катет  $AB = a$  лежить проти кута  $22^\circ 30'$ . Знайти другий катет трикутника.
9. Розв'язати рівняння  $\frac{x^7 - 4x^5 + 3x^2 - 2x - 16}{x^7 - 4x^5 + 4x^2 - 3x - 22} = 1$ .

**Відділення економіки,  
відділення комп'ютерних наук,  
відділення технічних наук**

*Контрольні завдання з математики. 2013 рік*

**11 клас**

**Завдання I рівня (по 2 бали)**

1. Розв'язати нерівність  $\left(\frac{1}{2}\right)^{7-2x} \geq \frac{1}{4}$
2. Знайти значення виразу  $\frac{2 \cos 13^\circ \cos 43^\circ - \cos 56^\circ}{2 \sin 58^\circ \cos 13^\circ - \sin 71^\circ}$ .
3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 4 \cdot 11^x + y = 48 \\ 11^x + 4y = 27 \end{cases}$

**Завдання II рівня (по 4 бали)**

4. Порівняти  $\cos 14^\circ \cos 74^\circ$  і  $\frac{1}{2}$ .
5. Розв'язати рівняння  $(x+3)^{\log_{x+3}(x+2)^2} = 9$ .
6. Знайти  $\sin^4 \alpha + 5 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 4 \cos^4 \alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 2$ .
7. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює  $a$  і складає половину сторони основи. Знайти площу перерізу, який проходить через дві апофemi.

**Завдання III рівня (по 5,5 балів)**

8. У прямому паралелепіпеді  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AB = 1$ ,  $BC = 7\sqrt{3}$ ,  $\angle ABC = 150^\circ$ . Через діагональ  $AC$  і точку  $B_1$  проведено площину, яка утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда.
9. Знайти критичну точку функції  $f(x) = (x+12)^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + 24 \cos x - 10$ , яка є цілим числом. Чи буде ця точка точкою екстремуму функції  $f(x)$ ?