

Мала академія наук

10 клас

(осіння сесія 2012)

1. Побудувати графік функції: $y = |2 - |1 - |x||$ (2 бали)
2. Визначити число членів арифметичної прогресії, якщо відомо, що: $a_3 - a_1 = 4$; $a_2 + a_4 = 14$; $S_n = 255$. (2 бали)
3. Розв'язати рівняння: $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$ (2 бали)
4. Розв'язати рівняння: $x(x+1)(x+2)(x+3) = 3$ (4 бали)
5. Спростити вираз: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ (4 бали)
6. Медіана, проведена на гіпотенузу прямокутного трикутника, є середньою пропорційною величиною між його катетами. Знайти кути трикутника. (4 бали)
7. При яких значеннях a число -2 знаходиться між коренями рівняння: $-x^2 + (3a-1)x + a - 1 = 0$ (7 балів)
8. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} x|y| = -1, \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$
 (7 балів)
9. Розв'язати нерівність: $\frac{1 + |4 - x| - x}{3 - x} < 1$ (7 балів)

Мала академія наук

11 клас

(осіння сесія 2012)

1. У коло вписано рівнобедрений трикутник ABC з основою BC . Знайдіть кути трикутника і його площу, якщо: $\sphericalangle C = 102^\circ, BC = 4\text{см}$ (2 бали)
2. Розкласти на множники: $x^4 - x^3 - 4x^2 - 5x - 3$ (2 бали)
3. Обчислити: $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5}$ (2 бали)
4. Розв'язати рівняння: $\frac{\sqrt{2-\sqrt{x}}}{2-x} = \frac{2}{\sqrt{2-x}}$ (4 бали)
5. Розв'язати нерівність: $|1 + |2 - x|| > x$ (4 бали)
6. Розв'язати рівняння: $\sin 4x(\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 2$ (4 бали)
7. Двоцифрове число в два рази більше від добутку його цифр. Число, записане тими самими цифрами в зворотному порядку, відноситься до даного числа як 7:4. Знайти це число. (7 балів)
8. Корені рівняння $x^4 - 10x^2 + a = 0$ утворюють арифметичну прогресію. Знайти a . (7 балів)
9. Скласти рівняння кола найменшого радіусу з центром в точці $A(4.5; 1.5)$, яка має хоча б одну общу точку з параболою: $y = x^2 - 3x$. (7 балів)